

统计热力学学习题：4

1. 习题：假定有巨配分函数为

$$\Xi(y, V) = (1 + \lambda^3 y)^V (1 + (\lambda^3 y)^{\alpha V})$$

分析相变问题.

2. 试求解一维 Ising 模型。计算：1, 比热；2, $M = \langle \frac{1}{N} \sum_i s_i \rangle$ ；3, 证明在有限温度下，当 $h \rightarrow 0$ 时, $M = 0$, 在 $T = 0$ 时, 当 $h \rightarrow 0$ 时, $M \neq 0$ 。
3. Onsager 求得 $h = 0$ 时 $L \times L$ 格点上二维 Ising 模型的自由能为

$$F = -Nk_B T \ln 2 + Nk_B T \ln (1 - \tanh^2(\beta J)) - \frac{1}{2} k_B T \sum_{p=0}^{L-1} \sum_{q=0}^{L-1} \ln \left((1 + \tanh^2(\beta J))^2 - 2 \tanh(\beta J) (1 - \tanh^2(\beta J)) \left(\cos \frac{2\pi p}{L} + \cos \frac{2\pi q}{L} \right) \right)$$

试由此出发，证明比热在温度 $T = T_c$ 时发散，求出 T_c 。