

一, 对于三种粒子; 波色子: 全同, 每个单粒子态可占据的粒子数没有限制; 费米子: 全同, 每个单粒子态最多可占据一个粒子; 波尔茨曼粒子: 粒子可分辨, 每个单粒子态可占据的粒子数没有限制。若系统的单粒子能级是 ϵ_i , 对应的简并度为 g_i 。

1, 如果系统中有 N 个粒子, 试对于 N 个粒子在能级上的一种分配 $\{n_i\}$, 求出上述三种粒子的微观状态数。

2, 在总能量 $E = \sum_i n_i \epsilon_i$ 给定, 总粒子数 $N = \sum_i n_i$ 给定的条件下, 求出各自的分布 n_i 。

二, 对于宏观系统, 可以取系统为体积 $V = L^3$ 的立方体, 则单粒子态可以用 $\vec{k} = \frac{2\pi}{L}(n_x, n_y, n_z)$ 来标志。

1, 试证明, 对于单粒子态的求和可以写成积分形式

$$\sum_{\vec{k}} f(\vec{k}) = \frac{V}{(2\pi)^3} \int d^3k f(\vec{k})$$

2, 若单粒子能级为 $\epsilon = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$, 且 $f(\vec{k}) = f(k)$ 只于 k 的大小有关, 则上述积分可以进一步简化为对能量的积分 $\int D(\epsilon) d\epsilon f(\epsilon)$, 试计算态密度 $D(\epsilon)$ 。

3, 在极端相对论情形下, 单粒子能级 $\epsilon = \hbar ck$, 其中 c 为光速, 请重复 2 的计算。